

गणित – 041
अंक योजना
कक्षा - बारहवीं (2025 - 26)

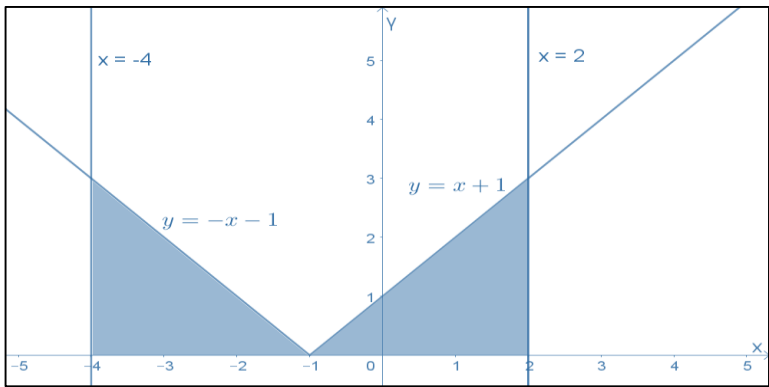
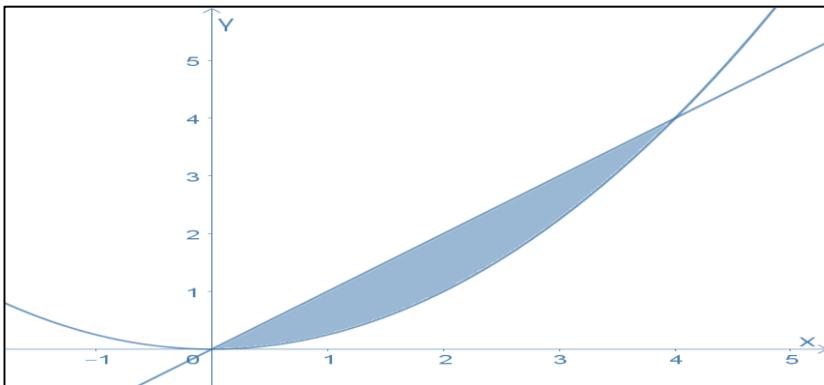
क्रम संख्या	उत्तर संकेत / मूल्य बिन्दु	अंक विभाजन
1	ग्राफ से स्पष्ट है कि प्रांत $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ है तो आलेख फलन $\sin^{-1}(2x)$ का है उत्तर है (B) $\sin^{-1}(2x)$	1
1 (V.I.)	प्रांत $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$ है, अतः फलन $\cos^{-1}(3x)$ है। उत्तर है (C) $\cos^{-1}(3x)$	1
2	AB परिभाषित है इसलिए $n=4$ AC परिभाषित है इसलिए $p=4$ AB तथा AC एक ही कोटि के वर्ग आव्यूह हैं। इसलिए $m \times 3 = m \times q \Rightarrow q = 3 = m$ उत्तर (A) है $m = q = 3$ तथा $n = p = 4$	1
3	क्योंकि A एक विषम सममित है इसलिए $p = 0, q = 2, r = -3, t = 4$ इसलिए $\frac{q+t}{p+r} = \frac{6}{-3} = -2$ उत्तर है (A) -2	1
4	$\text{adj}A = 27 \Rightarrow A ^3 = 27 = 3^3 \Rightarrow A = 3$ $A(\text{adj}A) = A I = 3I$ उत्तर है (C) $3I$	1
5	$\begin{array}{ccc} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{array}$ $\begin{array}{ccc} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{array}$ आव्यूह $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$ है। अतः उत्तर (B) है।	1
6	$\begin{vmatrix} \cos 67^\circ & \sin 67^\circ \\ \sin 23^\circ & \cos 23^\circ \end{vmatrix} = \cos 67^\circ \cos 23^\circ - \sin 67^\circ \sin 23^\circ = \cos(67^\circ + 23^\circ) = \cos 90^\circ = 0$ उत्तर है (A) 0	1
7	$f(x)$, $x = \pi$ पर संतत है $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^-} (kx + 1) = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \cos x = f(\pi)$ $\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} [k(\pi - h) + 1] = \lim_{h \rightarrow 0} \cos(\pi + h) = k\pi + 1$ $\Rightarrow k\pi + 1 = -1$ $\Rightarrow k = \frac{-2}{\pi}$ उत्तर (D) $\frac{-2}{\pi}$	1

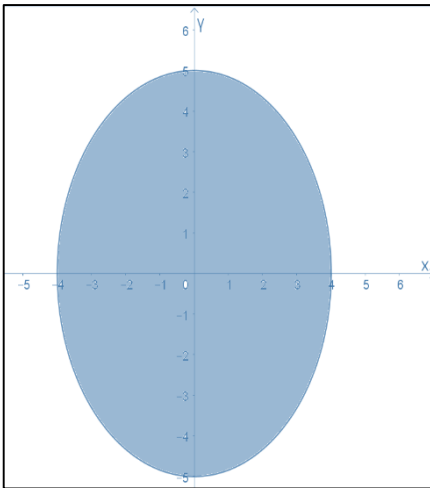
8	$f(x) = x \tan^{-1} x$ $f'(x) = 1 \cdot \tan^{-1} x + x \cdot \frac{1}{1+x^2}$ $f'(1) = 1 \cdot \tan^{-1} 1 + \frac{1}{1+1} = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ उत्तर है (B) $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$	1
9	$f(x) = 10 - x - 2x^2$ $\Rightarrow f'(x) = -1 - 4x$ वर्धमान फलन के लिए $f'(x) \geq 0$ $\Rightarrow -(1 + 4x) \geq 0 \Rightarrow (1 + 4x) \leq 0$ $\Rightarrow x \leq -\frac{1}{4}$ $\Rightarrow x \in (-\infty, -\frac{1}{4}]$ उत्तर है (A) $(-\infty, -\frac{1}{4}]$ उत्तर (A) $(-\infty, -\frac{1}{4}]$	1
10	$xdx + ydy = 0$ $\Rightarrow \int xdx = -\int ydy$ $\Rightarrow \frac{x^2}{2} = -\frac{y^2}{2} + k$ $\Rightarrow x^2 + y^2 = 2k$ अतः हल है $\Rightarrow x^2 + y^2 = 2k$, k एक स्वेच्छ अचर है उत्तर है (C), वृत्त	1
11	$I = \int_a^b xf(x)dx = \int_a^b (a+b-x)f(a+b-x)dx \Rightarrow I = \int_a^b (a+b-x)f(x)dx$ (given $f(a+b-x) = f(x)$) $\Rightarrow I \int_a^b (a+b)f(x)dx - \int_a^b xf(x)dx$ $\Rightarrow 2I = (a+b) \int_a^b f(x)dx$ $\Rightarrow I = \frac{1}{2} (a+b) \int_a^b f(x)dx$ उत्तर है (D) $\frac{a+b}{2} \int_a^b f(x)dx$	1
12	माना $I = \int x^3 \sin^4(x^4) \cos(x^4) dx$ माना $\sin(x^4) = t \Rightarrow 4x^3 \cos(x^4) dx = dt \Rightarrow$ $x^3 \cos(x^4) = \frac{1}{4} dt$ तब $I = \int t^4 (\frac{1}{4} dt) = \frac{1}{20} t^5 + C = \frac{1}{20} \sin^5(x^4) + C$ $\Rightarrow I = \frac{1}{20} \sin^5(x^4) + C = a \sin^5(x^4) + C$ अतः $a = \frac{1}{20}$ उत्तर (B) $\frac{1}{20}$	1
13	सदिश आव्यूह $\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ का रेखा $\vec{r} = (3\hat{i} - \hat{j}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$ पर प्रक्षेप है $\frac{1 \times 1 + 2 \times 2 + 1 \times 3}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2}} =$ $\frac{8}{\sqrt{14}}$ इकाई उत्तर है (C) $\frac{8}{\sqrt{14}}$ इकाई	1

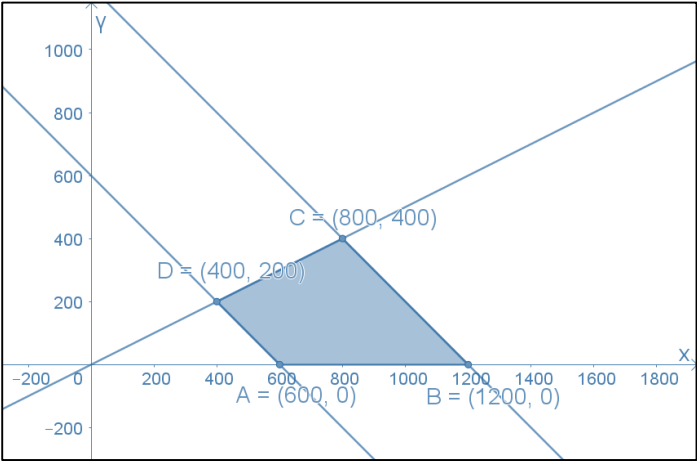
14	बिंदु (a, b, c) की y-अक्ष से दूरी $\sqrt{a^2 + c^2}$ है तो, दूरी $=\sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$ इकाई है। उत्तर है (B) $\sqrt{34}$ इकाई	1
15	$(2\vec{a} \cdot \vec{i})\vec{i} - (\vec{b} \cdot \vec{j})\vec{j} + (\vec{c} \cdot \vec{k})\vec{k} = (2 \times 3)\vec{i} - (1)\vec{j} + (2)\vec{k}$ $= 6\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} = \vec{c}$ उत्तर है (D) $\vec{c}$	1
16	बिंदु $(1, 0)$ और $(0, 2)$ समीकरण $2x + y = 2$ को संतुष्ट करते हैं और छायांकित क्षेत्र से पता चलता है कि $(0, 0)$ सुसंगत क्षेत्र में स्थित नहीं है तो, असमिका $2x + y \geq 2$ है उत्तर है (B) $2x + y \geq 2$	1
16 (V.I.)	$(4, 0)$ और $(0, 3)$ अधिकतम मान देते हैं इसलिए $Z_{(4,0)} = Z_{(0,3)} \Rightarrow 4a + c = 3b + c \Rightarrow 4a = 3b$ उत्तर है (A) $4a = 3b$	1
17	छात्र ग्राफ पर बनी रेखा से बिंदु $(2, 9)$ को पढ़ सकता है। बिन्दु $(5, 0)$ और $(0, 15)$ को मिलाने पर छात्र समीकरण $3x + y = 15$ प्राप्त कर सकता है और फिर बिंदु $(2, 9)$ को सत्यापित कर सकता है जो इसे संतुष्ट करता है। उत्तर है (A) $(2, 9)$	1
17-VI	उत्तर है (C) खुला अर्ध तल जिसमें मूल बिंदु शामिल है, लेकिन रेखा $3x + 5y = 10$ के बिंदु नहीं हैं	1
18	उत्तर है (B) $\frac{1}{100}$ व्यक्ति को पहले 4 अंक पता हैं, इसलिए व्यक्ति को शेष दो अंकों का अनुमान लगाना होगा। P (पिन का अनुमान लगाना) $= 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$	1
19	$\sin^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{2}) + \tan^{-1}1 - \sec^{-1}(\sqrt{2}) = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{4}$ अतः A असत्य है $\sin^{-1}x$ की मुख्य शाखा $is[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ है तथा $\sec^{-1}x$ की $[0, \pi] - \{\frac{\pi}{2}\}$ अतः, R सत्य है उत्तर (D) है, अभिकथन असत्य तथा तर्क सत्य	1
20	$\vec{r} \times (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{0}$ $\Rightarrow \vec{r}, (\vec{a} + \vec{b})$ के समांतर है तथा $(\vec{a} + \vec{b})$, $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के तल पर स्थित है, इसलिए $\vec{r}$, $\vec{a}$, $\vec{b}$ तल के समांतर है $\Rightarrow \vec{r}, (\vec{a} \times \vec{b})$ के लंबवत है अतः अभिकथन सत्य है लेकिन $(\vec{a} + \vec{b})$, $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के तल पर स्थित है, इसलिए $(\vec{a} + \vec{b})$, $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के तल पर लंबवत नहीं है इसलिए, तर्क गलत है। उत्तर है (C) अभिकथन सत्य है, लेकिन तर्क गलत है	1

खंड - ख , (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं , प्रत्येक के 2 अंक हैं		
21A	$\tan(\tan^{-1}(-1) + \frac{\pi}{3}) = \tan(\frac{-\pi}{4} + \frac{\pi}{3})$ $= \frac{\tan\frac{\pi}{3} - \tan\frac{\pi}{4}}{1 + \tan\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{4}}$ $= \frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$ अथवा	$\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$
21B	प्रांत के लिए , $-1 \leq 3x - 2 \leq 1$ $\Rightarrow 1 \leq 3x \leq 3$ $\Rightarrow \frac{1}{3} \leq x \leq 1$ अतः $\cos^{-1}(3x - 2)$ का प्रांत है $[\frac{1}{3}, 1]$	अथवा $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
22	$y = \log \tan(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2})$ x के सापेक्ष अवकलन करने पर $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\tan(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2})} \cdot \sec^2(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}) \cdot \frac{1}{2}$ $= \frac{\cos(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2})}{\sin(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2})} \cdot \frac{1}{\cos^2(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2})} \cdot \frac{1}{2}$ $= \frac{1}{2\sin(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2})\cos(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2})} = \frac{1}{\sin(\frac{\pi}{2} + x)} = \frac{1}{\cos x}$ $\Rightarrow \frac{dy}{dx} - \sec x = 0$	$\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$
23A	$\int \frac{(x-3)e^x}{(x-1)^3} dx \int \frac{(x-1-2)e^x}{(x-1)^3} dx$ $\int (\frac{1}{(x-1)^2} - \frac{2}{(x-1)^3})e^x dx = \int (\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{d}{dx}(\frac{1}{(x-1)^2}))e^x dx$ $\frac{e^x}{(x-1)^2} + C \quad (\text{क्योंकि } \int (f(x) + f'(x))e^x dx = e^x f(x) + C)$ अथवा	1 1 अथवा
23B	$A = \int_0^4 x dy = \int_0^4 \sqrt{y} dy$ $= [\frac{2}{3} \times y^{\frac{3}{2}}]_{y=0}^{y=4} = \frac{16}{3} \text{ वर्ग इकाई}$	1 1
23B	दृष्टिबाधितों के लिए: $A = \int_0^3 y dx = \int_0^3 \sqrt{x} dx$ $= [\frac{2}{3} \times x^{\frac{3}{2}}]_{x=0}^{x=3} = 2\sqrt{3} \text{ वर्ग इकाई}$	1 1
24	दिया है $f(x+y) = f(x)f(y)$ $f(0+5) = f(0)f(5)$ $\Rightarrow f(0) = 1$ $f'(5) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h)-f(5)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5)f(h)-f(5)}{h} \quad [\because f(x+y) = f(x)f(y)]$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2f(h)-2}{h} \quad [\because f(5) = 2]$ $= 2 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)-1}{h} = 2 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)-f(0)}{h} = 2 f'(0)$ $= 2(3) \quad [\because f'(0) = 3]$ $= 6$	$\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$

[illegible]

27	मान लीजिए समय t पर बर्फ की गेंद की त्रिज्या r है $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \dots\dots\dots (1)$ $S = 4\pi r^2 \dots\dots\dots (2)$ दिया है $\frac{dV}{dt} \propto S$ $\Rightarrow \frac{dV}{dt} = -k S \text{ (जहाँ } k \text{ कोई धनात्मक स्थिरांक है)} \text{-----} (3)$ t के सापेक्ष (1) का अवकलन करने पर हमें प्राप्त होता है $\frac{dV}{dt} = \frac{4}{3}\pi \cdot (3 r^2) \frac{dr}{dt}$ $\frac{dV}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt} \dots\dots\dots (4)$ $\Rightarrow -k S = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt} \quad (3) \text{ and } (4) \text{ द्वारा}$ $\Rightarrow -k S = S \frac{dr}{dt} \quad ((2) \text{ का इस्तेमाल करने पर)}$ $\Rightarrow \frac{dr}{dt} = -k$ $\Rightarrow$ बर्फ के गोले की त्रिज्या निश्चित दर से घट रही है	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
28A	 $\int_{-4}^2 x + 1 dx = \int_{-4}^{-1} (-x - 1) dx + \int_{-1}^2 (x + 1) dx$ $= \left[-\frac{(x+1)^2}{2} \right]_{-4}^{-1} + \left[\frac{(x+1)^2}{2} \right]_{-1}^2$ $= -\left(0 - \frac{9}{2}\right) + \left(\frac{9}{2} - 0\right) = 9$ यह वक्र $y = x + 1$, x अक्ष तथा रेखाओं $x = -4$ तथा $x = 2$ द्वारा छायांकित क्षेत्र से घिरा हुआ क्षेत्रफल दर्शाता है अथवा 	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1
28B		

	आवश्यक क्षेत्र $= \int_0^4 x dx - \int_0^4 \frac{x^2}{4} dx$ $= \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^4 - \frac{1}{12}$ $= \frac{1}{2}(16 - 0) - \frac{1}{12}(64 - 0) = 8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3} \text{ वर्ग इकाई}$ दृष्टिबाधितों के लिए: $y = x + 1 = f(x) = \begin{cases} -x - 1, & x < -1 \\ x + 1, & x \geq -1 \end{cases}$ $\int_{-4}^2 x + 1 dx = \int_{-4}^{-1} (-x - 1) dx + \int_{-1}^2 (x + 1) dx$ $= \left[-\frac{(x+1)^2}{2} \right]_{-4}^{-1} + \left[\frac{(x+1)^2}{2} \right]_{-1}^2$ $= -\left(0 - \frac{9}{2}\right) + \left(\frac{9}{2} - 0\right) = 9$ यह वक्र $y = x + 1$, x अक्ष तथा रेखाओं $x = -4$ तथा $x = 2$ द्वारा छायांकित क्षेत्र से घिरा हुआ क्षेत्रफल दर्शाता है। अथवा  $25x^2 + 16y^2 = 400 \Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1 \Rightarrow y = \frac{5}{4}\sqrt{4^2 - x^2}$ आवश्यक क्षेत्र $= 4 \int_0^4 \frac{5}{4} \sqrt{4^2 - x^2} dx$ $= 5 \left[\frac{x\sqrt{4^2 - x^2}}{2} + \frac{4^2}{2} \sin^{-1}\left(\frac{x}{4}\right) \right]_0^4$ $= 5[0 + 8\sin^{-1}(1) - 0]$ $= 40 \times \frac{\pi}{2} = 20\pi \text{ वर्ग इकाई}$	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1 1 1
29A	z-अक्ष के समांतर $(2, -1, 3)$ से गुजरने वाली रेखा $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{k})$ द्वारा दी गई है इस रेखा पर कोई बिंदु $P(2, -1, 3 + \lambda)$ है दी गई रेखा $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) + \mu(3\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k})$ पर कोई बिंदु $Q(2 + 3\mu, -1 + 6\mu, 2 + 2\mu)$ है	1 $\frac{1}{2}$

29B	प्रतिच्छेदन बिंदु के लिए $Q(2 + 3\mu, -1 + 6\mu, 2 + 2\mu) = P(2, -1, 3 + \lambda) \Rightarrow 2 = 2 + 3\mu \Rightarrow \mu = 0$ है प्रतिच्छेदन बिंदु है $(2, -1, 2)$ $(2, -1, 3)$ की $(2, -1, 2)$ से दूरी स्पष्ट रूप से 1 इकाई है। वैकल्पिक हल : बिन्दु $(2, -1, 3)$ से z अक्ष के समांतर रेखा पर कोई बिन्दु $(2, -1, \lambda)$ है दी गई रेखा पर कोई बिन्दु $(2 + 3\mu, -1 + 6\mu, 2 + 2\mu)$ है इसलिए $2 = 2 + 3\mu \Rightarrow \mu = 0$ प्रतिच्छेदन बिंदु है $(2, -1, 2)$ $(2, -1, 3)$ की $(2, -1, 2)$ से दूरी स्पष्ट रूप से 1 इकाई है। अथवा $(2, -1, 1)$ से होकर जाने वाली z-अक्ष के समांतर रेखा है $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{k})$ इस रेखा पर कोई बिंदु $P(2, -1, 1 + \lambda)$ है दी गई रेखा पर कोई बिंदु $A(3 + \mu, \mu, 1 + \mu)$ है $A(3 + \mu, \mu, 1 + \mu) = P(2, -1, 1 + \lambda) \Rightarrow \mu = -1$ प्रतिच्छेद बिंदु $(2, -1, 0)$ है z-अक्ष से $(2, -1, 0)$ की दूरी है $\sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$ इकाई	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
30	ग्राफ का रेखाचित्र बनाना  30 कोनीय बिंदु $A(600, 0)$, $B(1200, 0)$, $C(800, 400)$, $D(400, 200)$ हैं। Z के मान: $Z_A = 1200, Z_B = 2400, Z_C = 2000, Z_D = 1000$ अधिकतम $Z = 2400$ जब $x = 1200$ और $y = 0$ दृष्टिबाधित लोगों के लिए: कोनीय बिंदु $A(600, 0)$, $B(1200, 0)$, $C(800, 400)$, $D(400, 200)$ पर Z के मान हैं $Z_A = 1800, Z_B = 3600, Z_C = 3200, Z_D = 1600$ $B(1200, 0)$ पर Z का अधिकतम मान = 3600 और $D(400, 200)$ पर Z का न्यूनतम मान = 1600	$1\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1 1 1

31	मान लीजिए घटनाएँ हैं: A: मेहुल का चयन किया गया है B: राशि का चयन किया गया है तो प्रश्न के अनुसार, A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं और $P(A) = 0.4, P(A \cap \bar{B}) + P(B \cap \bar{A}) = 0.5$ माना $P(B) = x$ तो $P(A \cap \bar{B}) + P(B \cap \bar{A}) = 0.5$ $\Rightarrow P(A)P(\bar{B}) + P(B)P(\bar{A}) = 0.5$ $\Rightarrow 0.4(1 - x) + x(1 - 0.4) = 0.5$ $\Rightarrow 0.4 - 0.4x + 0.6x = 0.5$ $\Rightarrow 0.2x = 0.5 - 0.4 = 0.1$ $\Rightarrow x = \frac{0.1}{0.2} = \frac{1}{2} = 0.5$ तो, राशि के चयन की संभावना = 0.5 उनमें से कम से कम एक के चयन की संभावना $1 - P(\bar{A} \cap \bar{B})$ $1 - P(\bar{A})P(\bar{B})$ $1 - 0.6 \times 0.5$ $1 - 0.3 = 0.7$	1 1 1
खंड घ दीर्घ उत्तर (LA) प्रकार के प्रश्न हैं , प्रत्येक 5 अंक का है)		
32	$AB = \begin{bmatrix} 3 & -6 & -1 & 1 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & -1 \\ -2 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = I$ इसलिए, $A^{-1} = B$ तथा $B^{-1} = A$ समीकरणों का दिया हुआ निकाय $3x - 6y - z = 3, 2x - 5y - z + 2 = 0, -2x + 4y + z = 5$ आव्यूह रूप में इसे इस प्रकार लिखा जा सकता है: $AX = C$, जहाँ $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ तथा $C = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}$ यहाँ $A = -3 - 0 + 2 = -1 \neq 0$ इसलिए, निकाय सुसंगत है और इसका अद्वितीय हल व्यंजक $X = A^{-1}C = BC$ द्वारा दिया गया है $\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 & x & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & 5 & z & 21 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \\ 21 \end{bmatrix}$ इस प्रकार $x = 2, y = -3, z = 21$	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$

33A	माना $x = \tan\theta \Rightarrow dx = \sec^2\theta d\theta$ $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\log(1 + \tan\theta)}{1 + \tan^2\theta} \cdot \sec^2\theta d\theta$ $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan\theta) d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \log[1 + \tan(\frac{\pi}{4} - \theta)] d\theta$ $= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \log[1 + \frac{1 - \tan\theta}{1 + \tan\theta}] d\theta$ $= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \log[\frac{1 + \tan\theta + 1 - \tan\theta}{1 + \tan\theta}] d\theta$ $= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \log[\frac{2}{1 + \tan\theta}] d\theta$ $= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \log 2 d\theta - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \log[1 + \tan\theta] d\theta$ $\log 2 \times x]_0^{\frac{\pi}{4}} - I$ $\Rightarrow 2I = \frac{\pi}{4} \log 2$ $\Rightarrow I = \frac{\pi}{8} \log 2$	1/2
33B	अथवा $I = \int \frac{(3\sin\theta - 2)\cos\theta}{5 - \cos^2\theta - 4\sin\theta} d\theta = \int \frac{(3\sin\theta - 2)\cos\theta}{5 - (1 - \sin^2\theta) - 4\sin\theta} d\theta$ माना $\sin\theta = t \Rightarrow \cos\theta d\theta = dt$ $I = \int \frac{(3t - 2)}{5 - (1 - t^2) - 4t} dt$ $= \int \frac{(3t - 2)}{t^2 - 4t + 4} dt = \int \frac{3t - 2}{(t - 2)^2} dt$ माना $\frac{3t - 2}{(t - 2)^2} = \frac{A}{(t - 2)} + \frac{B}{(t - 2)^2}$ $3t - 2 = A(t - 2) + B$ दोनों पक्षों में t के गुणांकों और स्थिर पदों की तुलना करने पर $A = 3, -2A + B = -2, B = 4$ $\int \frac{(3\sin\theta - 2)\cos\theta}{5 - \cos^2\theta - 4\sin\theta} d\theta = \int \frac{3}{t - 2} dt + \int \frac{4}{(t - 2)^2} dt$ $= 3\log t - 2 - \frac{4}{t - 2} + C$ $= 3\log \sin\theta - 2 - \frac{4}{\sin\theta - 2} + C$	अथवा 1/2 1 1/2 + 1/2 1 + 1 1/2
34A	$y + \frac{d}{dx}(xy) = x(\sin x + x)$ $\Rightarrow y + (x \frac{dy}{dx} + y) = x(\sin x + x)$ $\Rightarrow 2y + x \frac{dy}{dx} = x(\sin x + x)$ $\Rightarrow \frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = (\sin x + x)$ यह एक रैखिक अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ के रूप में है जहाँ $P = \frac{2}{x}, Q = (\sin x + x)$ $I.F = e^{\int \frac{2}{x} dx} = e^{2\log x} = e^{\log x^2} = x^2$ हल होगा $y \cdot I.F = \int Q \cdot I.F dx$ $yx^2 = \int (\sin x + x)x^2 dx$ $yx^2 = \int \sin x \cdot x^2 dx + \int x^3 dx$ $\Rightarrow yx^2 = -x^2 \cos x + 2 \int x \cos x dx + \frac{x^4}{4} + C$ $\Rightarrow yx^2 = -x^2 \cos x + 2(x \sin x + \cos x) + \frac{x^4}{4} + C \text{ जो कि आवश्यक हल है}$	1 1 1 1

34B	अथवा $2ye^{\frac{x}{y}}dx + (y - 2xe^{\frac{x}{y}}) dy = 0$ $\Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{2xe^{\frac{x}{y}} - y}{2ye^{\frac{x}{y}}} = \frac{2\frac{x}{y}e^{\frac{x}{y}} - 1}{2e^{\frac{x}{y}}}$ यह समघातीय अवकल समीकरण है माना $x = vy \Rightarrow \frac{dx}{dy} = v + y \frac{dv}{dy}$ $v + y \frac{dv}{dy} = \frac{2ve^v - 1}{2e^v}$ $\Rightarrow y \frac{dv}{dy} = \frac{2ve^v - 1}{2e^v} - v = \frac{2ve^v - 1 - 2ve^v}{2e^v}$ $\Rightarrow y \frac{dv}{dy} = \frac{-1}{2e^v}$ $\Rightarrow 2e^v dv = -\frac{dy}{y}$ $\int 2e^v dv = -\int \frac{dy}{y}$ $\Rightarrow 2e^v = -\log y + C$ $\Rightarrow 2e^{\frac{x}{y}} + \log y = C$ जब $x=0, y=1, C = 2$ आवश्यक हल है $2e^{\frac{x}{y}} + \log y = 2$	1 1 1 1 1
35	माना $\frac{x-1}{3} = \frac{y-0}{-1} = \frac{z+1}{0} = \lambda \Rightarrow$ इस पर कोई बिन्दु है $(3\lambda+1, -\lambda, -1)$ बिन्दु के लिए जहाँ $y = 1 \Rightarrow \lambda = -1$ $\Rightarrow$ बिन्दु है $(-2, 1, -1)$ दो रेखाओं के दिक् हैं $\vec{m} = 3\hat{i} - \hat{j}$ तथा $\vec{n} = -2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ $\vec{m} \times \vec{n} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ज्ञात की जाने वाली रेखा की समीकरण है $\vec{r} = (-2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(-\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k})$ वैकल्पिक हल : माना $\frac{x-1}{3} = \frac{y-0}{-1} = \frac{z+1}{0} = \lambda \Rightarrow$ इस पर कोई बिन्दु है $(3\lambda+1, -\lambda, -1)$ उस बिन्दु के लिए जहाँ $y = 1 \Rightarrow \lambda = -1$ $\Rightarrow$ बिन्दु होगा $(-2, 1, -1)$ माना कि a, b, c अज्ञात समीकरण के दिक् अनुपात है तब $3a - b = 0$ तथा $-2a + 2b + c = 0$ हल करने पर $\frac{a}{-1} = \frac{-b}{3} = \frac{c}{4} \Rightarrow \frac{a}{-1} = \frac{b}{-3} = \frac{c}{4}$ अज्ञात रेखा है : $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{4} = \mu$ सदिश के रूप में $\vec{r} = (-2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(-\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k})$	$\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$ 1 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

खंड -इ

(3 केस-स्टडी/गद्यांश-आधारित प्रश्न प्रत्येक 4 अंक का)

36	I. यातायात प्रवाह स्वतुल्य नहीं है क्योंकि $(A, A) \notin R$ (या कोई भी प्रमुख स्थान स्वयं से जुड़ा नहीं है) II. यातायात प्रवाह संक्रामक नहीं है क्योंकि $(A, B) \in R$ और $(B, E) \in R$, परंतु $(A, E) \notin R$ III. A. $R = \{(A, B), (A, C), (A, D), (B, C), (B, E), (C, E), (D, E), (D, C)\}$ प्रांत = $\{A, B, C, D\}$ परिसर = $\{B, C, D, E\}$ अथवा III. B. नहीं, ट्रैफिक प्रवाह किसी फलन को निरूपित नहीं करता क्योंकि A की तीन छवियाँ हैं।	1 1 1 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ 1+1
37	I. $P(x) = R(x) - C(x) = -0.3x^2 + 20x - (0.5x^2 - 10x + 150)$ $= -0.8x^2 + 30x - 150$ II. क्रांतिक बिंदुओं के लिए $P'(x) = 0 \Rightarrow -1.6x + 30 = 0$ $\Rightarrow x = \frac{30}{1.6} = \frac{300}{16} = 18.75$ III A. अब $P''(x) = -1.6$ विशेष रूप से $P''(18.75) = -1.6 < 0$ इसलिए, क्रांतिक मान $x = 18.75$ अधिकतम लाभ के अनुरूप है अथवा III B. क्योंकि x बल्बों की संख्या को दर्शाता है इसलिए विशेष रूप से 18 बल्ब अधिकतम लाभ के अनुरूप है अधिकतम लाभ है $P(18) = -0.8 \times 18^2 + 30 \times 18 - 150$ $= -259.2 + 540 - 150$ $= 540 - 409.2 = ₹130.80$	1 1 1 1 1 1
38	घटनाओं को इस प्रकार मानें E1: छात्र पहले समूह में है (स्क्रीन पर बिताया गया समय 4 घंटे से अधिक है) E2: छात्र दूसरे समूह में है (स्क्रीन पर बिताया गया समय 2 से 4 घंटे है) E3: छात्र तीसरे समूह में है (स्क्रीन पर बिताया गया समय 2 घंटे से कम है) A: छात्र द्वारा चिंता और कम अवधारण के लक्षण दर्शाने की घटना $P(E_1) = \frac{60}{100}$ $P(E_2) = \frac{30}{100}$ and $P(E_3) = \frac{10}{100}$ $P(A E_1) = \frac{80}{100}$ $P(A E_2) = \frac{70}{100}$ and $P(A E_3) = \frac{30}{100}$ I. $P(A) = P(E_1) \times P(A E_1) + P(E_2) \times P(A E_2) + P(E_3) \times P(A E_3)$ $= \frac{60}{100} \times \frac{80}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{70}{100} + \frac{10}{100} \times \frac{30}{100} = \frac{72}{100} = 72\%$ II. $P(E_1 A) = \frac{P(E_1 \cap A)}{P(A)}$ $= \frac{(\frac{60}{100} \times \frac{80}{100})}{(\frac{72}{100})} = \frac{48}{72} = \frac{2}{3}$	2 2